

ERFARENHETER FRÅN SKOLUTVECKLIGSPROJEKT MED GEOGEBRA

Jaana Zimmerl Suneson (Älvkulle gymnasiet Karlstad)
jaana.zimmerl.suneson@alvkullegymnasiet.se

Mirela Vinerean Bernhoff (Karlstads universitet)
mirela.vinerean@kau.se

GeoGebra i matematikundervisningen
19-20 April, Karlstads universitet

ANVÄNDNING AV GEOGEBRA I KLASSEN - OLIKA MÖJLIGHETER

- Demonstration- visualisering
- Helklass diskussion
- Aktivitet som introduktion
- Aktivitet som repetition
- Läxa
- Istället för grafritande miniräknare

Jaana Zimmerl Suneson (Älvkulle gymnasiet)
Mirela Vinerean Bernhoff (Karlstads universitet)

DEMONSTRATION-VISUALISERING

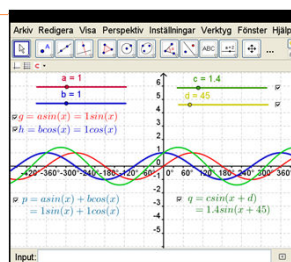
- Kan konstrueras under lektionen eller förberedas som en färdig fil.
- Istället för whiteboard
 - Tydliga bilder
 - Hinner visa flera exempel
 - Kan återanvändas
- Möjliggör animeringar
- Exempel Ma D
 - Stående vågor
 - $y = a\sin(x) + b\cos(x)$ till $y = A\sin(x+v)$

Jana Zimmer-Sunesson (Ålvikullögymnasiet)
Mirreia Vinerean Bernhoff (Karlskinds universitet)



DEMONSTRATION-VISUALISERING

- Att tänka på:
 - Går fort
 - hinner eleverna uppfatta allt?
 - Mycket att fästa blicken på
 - Fokuserar eleven på rätt sak?
 - Eleven har svårare att göra anteckningar.
 - Genom att göra själv lär man sig - "muskelminne"?
 - Upplösning i projektor?



Jana Zimmer-Sunesson (Ålvikullögymnasiet)
Mirreia Vinerean Bernhoff (Karlskinds universitet)



DISKUSSION I HELKLASS

- T.ex. introduktion till eller repetition av ett arbetsområde gemensamt i helklass
- Växla mellan gruppdiskussioner och resonemang i helklass
- Sammanfatta tillsammans i GeoGebra
 - Alla får överblick
 - Man spar tid som kan läggas till gemensamma diskussioner
- Exempel Ma 2c
 - Ekvationssystem
 - Råta linjen är en mängd lösningar till en ekvation.
 - Vad är ett ekvationssystem?
 - Vad innebär en lösning till ett ekvationssystem?

Jana Zimmerl Sureson (Akvallergymnasiet)
Mirreia Vinerean Bernhoff (Karlskinds universitet)



DISKUSSION I HELKLASS

A

Klassen delas in i grupper och eleverna får i uppgift att hitta lösningar till ekvationerna

$$y - 2x = -1 \quad \text{och} \quad y + 3x = 9.$$

T.ex. låt höger sida av klassrummet få ekvationen $y - 2x = -1$ och vänster sida får $y + 3x = 9$.

B

Efter en stunds fundering och diskussioner be eleverna att begränsa sina lösningar så att x ligger mellan 0 och fem.

C

Öppna upp GeoGebra-filen och fyll i lösningarna gemensamt med eleverna i de förberedda tabellerna.

	A	B	C	D
1	$y - 2x = -1$		$y + 3x = 9$	
2	x	y	x	y
3	0	-1	0	9
4	1	1	1	6
5	2	3	2	3
6	3	5	3	0
7	4	7	4	-3
8	5	9	5	-6
9				
10				

D

Följande frågor kan sedan diskuteras i mindre grupper och helklass

- Har vi fyllt i alla lösningar?
- Vilken slags lösningar har vi tagit upp?
- Hur många lösningar finns det?
- Om ni betraktar båda tabellerna samtidigt kan ni upptäcka något?
- Finns det fler gemensamma lösningar?

Jana Zimmerl Sureson (Akvallergymnasiet)
Mirreia Vinerean Bernhoff (Karlskinds universitet)



E

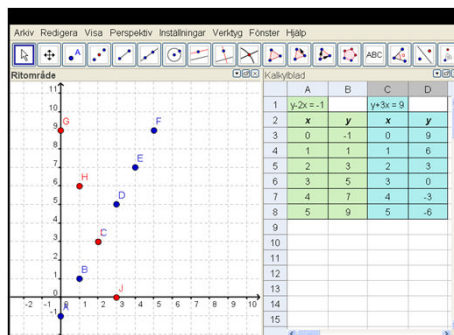
Sammanfatta det eleverna diskuterat och skriv upp ekvationssystemet de löst och för in begreppen ekvationssystem och lösning till ekvationssystem.

F

Tabellens värden kan ju tolkas som punkter (x,y) . Låt oss föra in dessa punkter i ett koordinatsystem. Visa grafikfönstret. Och gör en lista med punkter från den ena tabellen (färga dessa t.ex blå).

Diskutera gemensamt:

- Varför ligger de som de ligger.
- Var skulle de oändligt många lösningarna som vi inte tagit upp i tabellen hamna?



Diskutera gemensamt:

- Om vi skulle göra en motsvarande lista med punkter från den andra tabellen hur skulle det synas att ekvationerna har en gemensam lösning?

Komplettera med en lista med punkter från den andra tabellen.

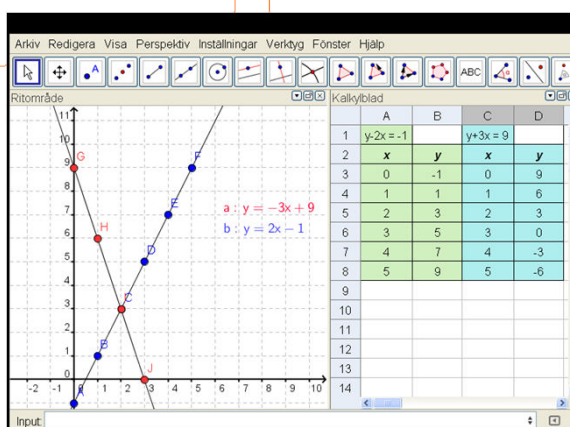
Jarna Zimmerl Sunezon (Alykullgymnasiet)
Mirela Vinereanu Bernhoff (Karlskilds universitet)

G

Skriv om ekvationerna till k-form på tavlan. Och skriv in dem i tabellfönstret. Diskutera att räta linjer egentligen är en ekvation och punkterna på linjen är lösningar till denna ekvation.

H

Sammanfatta med eleverna: Den punkt som linjerna har gemensam är då lösningen till ekvationssystemet som består av linjernas ekvationer.



Jarna Zimmerl Sunezon (Alykullgymnasiet)
Mirela Vinereanu Bernhoff (Karlskilds universitet)

DISKUSSION I HELKLASS

- Att tänka på:
 - Om man förberett för mycket i filen kan man lätt leda eleverna för mycket.
 - Eleverna tänker inte fritt
 - Eleven har svårare att göra egna anteckningar.
 - Kan vara svårt att kombinera tavla/projektor
 - Vilken utrustning finns?

Jana Zimmerl Sureson (Aikulluymäestö)
Mirreia Viremaa Bernhoff (Karlskinds universitet)



ELEVAKTIVITET SOM INTRODUKTION

- Eleven arbetar själv eller i grupp i GeoGebra utifrån t.ex. ett arbetsblad.
- Konstruktionerna kan byggas upp av eleven själv eller så kan eleven utgå från en förberedd fil.
- Eleven får möjlighet att närma sig ett nytt område på ett undersökande arbetssätt
- Ger eleven ett frihet att upptäcka själv och reflektera kring matematik.
- Ger eleverna träning i att uttrycka sina tankar muntligt och skriftligt.

Jana Zimmerl Sureson (Aikulluymäestö)
Mirreia Viremaa Bernhoff (Karlskinds universitet)



ANDRAGRADSFUNKTIONER

DEL 1

Andragsradsfunktioner kan alltid skrivas på formen $f(x) = ax^2 + bx + c$ där a , b och c är reella tal och $a \neq 0$. I del 1 ska vi studera andragsradsfunktioner skrivna på denna form med hjälp av *GeoGebra*.

- Börja med att lägga in a , b och c som glidare genom att använda verktyget:



- Ändra "Steglängd" till 0.5 för samtliga glidare.

Tips: Genom att peka på glidaren och hålla ned höger musknapp, kan glidaren flyttas omkring på skärmen.

- Flytta hela koordinatsystemet så att origo hamnar i mitten på skärmen.

Detta görs med hjälp av verktyget:



Flytta
Flytta eller välj objekt (Esc)

- Mata in funktionen, $a \cdot x^2 + b \cdot x + c$, i "Input"-fönstret längst ned.
- Lägg in formeln, som nu finns i algebrafönstret, i ritområdet genom att markera formeln och "dra" den till ritområdet.



Elevaktivitet

Andragsradsfunktioner

sidan 15, punkt b)

- b) Studera hur grafen varierar för olika värden på konstanten a .
Ställ in både glidare b och c på 0 och studera hur kurvans utseende varierar när värdet på glidare a ändras.

Formulera med egna ord hur grafens utseende varierar när värdet på a ändras.

Ställ in nya värden på glidarna b och c och undersök om ditt resultat ovan fortfarande verkar gälla.

Resultat: _____

Vad händer då $a = 0$? _____



Elevaktivitet Andragsradsfunktioner sidan 15, punkt b)

Exempel på elevsvar:

- Ifall a är positiv går kurvan uppåt. Om a är negativ går den nedåt. Linjen blir bredare ju närmare noll a är.
- Värdet på a är samma som värdet på y då $x = 1$ eller $x = -1$. Grafen blir snävare. a -värdet ändrar lutningen.
- Öppen uppåt när $a > 0$ och öppen nedåt då $a < 0$.
- Grafen blir spetsigare ju längre från 0 a är. Positiva värden ger glas medan negativa berg.

b) Studera hur grafen varierar för olika värden på konstanten a . Ställ in både glidare b och c på 0 och studera hur kurvans utseende varierar när värdet på glidare a ändras.

Formulera med egna ord hur grafens utseende varierar när värdet på a ändras.

Ställ in nya värden på glidarna b och c och undersök om ditt resultat ovan fortfarande verkar gälla.

Resultat: _____

Vad händer då $a = 0$? _____

Jana Zimmerl Sureson (Årskalle gymnasiet)
Mirela Vinerean Bernhoff (Karlsskolas universitet)



Elevaktivitet Andragsradsfunktioner sidan 15, punkt c)

c) Studera hur grafen varierar för olika värden på konstanten b . Ställ in glidare a på 1 och glidare c på 0 och studera hur kurvans utseende varierar när värdet på glidare b ändras.

Formulera med egna ord hur grafens utseende varierar när värdet på b ändras.

Ställ in nya värden på glidarna a och c och undersök om ditt resultat ovan fortfarande verkar gälla.

Resultat: _____

Jana Zimmerl Sureson (Årskalle gymnasiet)
Mirela Vinerean Bernhoff (Karlsskolas universitet)



Elevaktivitet Andragsgradsfunktion sidan 15, punkt c)

- c) Studera hur grafen varierar för olika värden på konstanten b .
Ställ in glidare a på 1 och glidare c på 0 och studera hur kurvans utseende varierar när värdet på glidare b ändras.

Formulera med egna ord hur grafens utseende varierar när värdet på b ändras.

Exempel på elevsvar:

Ställ in nya värden på glidarna a och c och undersök om ditt resultat ovan fortfarande verkar gälla.

Resultat: _____

- b förändrar inte grafens utseende men ändrar grafens läge.
- Den bestämmer var grafen vänder.
- b får grafens minimipunkt att flytta sig till en annan punkt på den graf som skulle existera om a var negativ.
- När $c=0$ är $x_1=0$. värdet på $x_2=-b$. Grafen flyttar sig runt c -punkten.

Jana Zimmerl Sureson (Älvkullergymnasiet)
Mirreia Vinerean Bernhoff (Karlshöjds universitet)



ELEVAKTIVITET SOM INTRODUKTION

○ Kommentarer från elevutvärdering:

Positiva:

- Jag tyckte man lärde sig mer hur själva funktionen funkar och rörde sig och det känns som det blir lättare att förstå när man räknar i boken, då man får en bra bild på funktionen. Tycker att vi ska göra såna här uppgifter ibland då det blir tråkigt att bara räkna i boken. Får ett roligt tänk när man inte får veta exakt hur man ska gå tillväga innan man gör uppgiften.
- Jag tycker att det är väldigt bra att man inte bara räknar att man får chansen att förstå.
- Själva labben var medel. Jag fick tänka till o träna på att förklara och resonera.
- Det var ett bra inlärningssätt eftersom man såg det på ett nytt och väldigt pedagogiskt sätt. Man lärde sig saker som man inte hade tänkt på innan.

Jana Zimmerl Sureson (Älvkullergymnasiet)
Mirreia Vinerean Bernhoff (Karlshöjds universitet)



ELEVAKTIVITET SOM INTRODUKTION

○ Kommentarer från elevutvärdering:

Negativa:

- Frågorna var kanske lite konstigt formulerade, de var ju betydligt lättare än vad vi trodde eftersom "egna ord" var att man skulle beskriva enkelt hur grafen förändras.
- Vi fick lite för lite tid, och hann inte ens klart med hälften av labben
- Ibland var det lite väl svårt. Inte instruktionerna, utan resonemang och förklara frågorna.

Jana Zimmerl Sureson (Åtkullsgymnasiet)
Mirela Vinerean Bernhoff (Karlskinds universitet)



ELEVAKTIVITET SOM INTRODUKTION

○ Att tänka på:

- Frågeformuleringarna avgörande.
 - Revideringar behövs
 - Formulera med egna ord hur värdet på c påverkar grafens utseende.
 - Formulera med egna ord hur grafens utseende varierar när värdet på c ändras.
- Lätt att göra aktiviteterna "för ambitiösa"
 - Eleverna hinner inte med.
 - Dela upp i delaktiviteter.
 - Kombinera med läxor.
- Eleverna är ovana vid att behöva uttrycka sig. De låser sig om de tror att språket måste vara matematiskt korrekt.
- Aktivitetsblad är levande dokument

Jana Zimmerl Sureson (Åtkullsgymnasiet)
Mirela Vinerean Bernhoff (Karlskinds universitet)



Informationsblad till GeoGebra-aktivitet

Rubrik	Andragsradsfunktioner
Ämnesinnehåll	<p>DEL 1</p> <ul style="list-style-type: none"> Undersökning av hur parametrarna a, b och c påverkar utseendet på grafen till $f(x) = ax^2 + bx + c$. Grafisk lösning av andragradsekvationer med 0, 1 eller 2 reella rötter. <p>DEL 2</p> <ul style="list-style-type: none"> Undersökning av hur parametrarna a, b och c påverkar utseendet på grafen till $f(x) = a(x+b)^2 + c$. Undersökning av sambandet mellan parametrarna och funktionens extrempunkt.
Kurs	2c (Del 1 kan även användas i 2a och 2b)

Jana Zimmerl Sureson (Avtallegymnasiet)
Mirela Vinerean Bernhoff (Karlskinds universitet)



Ämnesplan Innehåll	<ul style="list-style-type: none"> Algebraiska och grafiska metoder för att lösa andragradsekvationer. Parabelns ekvation samt hur analytisk geometri binder ihop geometriska och algebraiska begrepp. Egenskaper hos andragradsfunktioner. Konstruktion av grafer till funktioner samt bestämning av funktionsvärde och nollställe, med och utan digitala verktyg.
Förmågor att utveckla	<ul style="list-style-type: none"> Hantera procedurer och lösa uppgifter av standardkaraktär utan och med verktyg. Följa och föra matematiska resonemang. Kommunicera matematiska tankegångar muntligt, skriftligt och i handling.
Arbetsform	Klassrumsaktivitet - parvis
Tidsåtgång	Del 1: 2 x 40 min Del 2: 1 x 40 min
Didaktiska	Förkunskaper Del 1: algebraisk lösning av andragradsekvationer

Jana Zimmerl Sureson (Avtallegymnasiet)
Mirela Vinerean Bernhoff (Karlskinds universitet)



ELEVAKTIVITET SOM REPETITION

- Bra med en gemensam start och sammanfattning.
- Eleven arbetar själv eller i grupp i GeoGebra utifrån t.ex. ett arbetsblad.
- Konstruktionerna kan byggas upp av eleven själv eller så kan eleven utgå från en förberedd fil.
- Eleven får möjlighet att avsluta ett område på ett undersökande arbetssätt.
- Ger eleven möjlighet till en Aha!-upplevelse och en djupare förståelse.
- Ger eleverna träning i att uttrycka sina tankar muntligt och skriftligt och dra slutsatser utifrån sina kunskaper.

Jana Zimmerl-Sureson (Avkallingsmaste)
Miriam Vinneran Bernhoff (Karlstads universitet)



INVERSA FUNKTIONER

Vi ska nu använda *GeoGebra* för att studera *inversen* till några olika funktioner. Börja med att högerklicka i ritområdet och markera *rumtät*.

- Rita grafen till den räta linjen $y = 2x$.
- Rita därefter in linjen $y = x$ i samma fönster.
- Placera en punkt A på linjen $y = 2x$.

Tips: För att få punktens koordinater utskrivna, klicka först på triangeln uppe till höger i *GeoGebra*-fönstret:



Markera punkten. Nu visas följande meny ovanför ritområdet:



Klicka här, välj "Namn och Värde".

- Spegla punkten A i linjen $y = x$ med hjälp av *GeoGebra*s inbyggda speglingsverktyg:



Detta ger speglingspunkten A' .

Jana Zimmerl-Sureson (Avkallingsmaste)
Miriam Vinneran Bernhoff (Karlstads universitet)



Informationsblad till GeoGebra-aktivitet

Rubrik	Inversa funktioner
Ämnesinnehåll	<ul style="list-style-type: none"> • Undersökning av det grafiska sambandet mellan en funktion och dess invers (spegling i linjen $y = x$). • Inversa funktionerna till : <ul style="list-style-type: none"> - räta linjer - $y = x^2, x \geq 0$ - $y = 10^x$ • Grafisk representation av funktionerna: <ul style="list-style-type: none"> - $y = \sqrt{x}$ - $y = \lg x$
Kurs	2c
Ämnesplan Innehåll	<ul style="list-style-type: none"> • Begreppet logaritm. • Räta linjens ekvation. • Konstruktion av grafer till funktioner med digitala verktyg.

Jana Zimmerl Sureson (Avtallegymnasiet)
Mirella Vinerean Bernhoff (Karlskinds universitet)

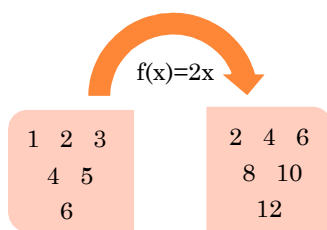


Förmågor att utveckla	<ul style="list-style-type: none"> • Använda och beskriva innebörden av matematiska begrepp samt samband mellan begreppen. • Lösa uppgifter av standardkaraktär [räta linjens ekvation] utan och med verktyg. • Analysera och lösa matematiska problem. • Följa, föra och bedöma matematiska resonemang. • Kommunicera matematiska tankegångar muntligt, skriftligt och i handling.
Arbetsform	Klassrumsaktivitet - parvis
Tidsåtgång	60 min
Didaktiska kommentarer	Denna aktivitet kan användas som repetition när man jobbat med logaritmer. Bra att repetera funktionsbegreppet innan.

Jana Zimmerl Sureson (Avtallegymnasiet)
Mirella Vinerean Bernhoff (Karlskinds universitet)



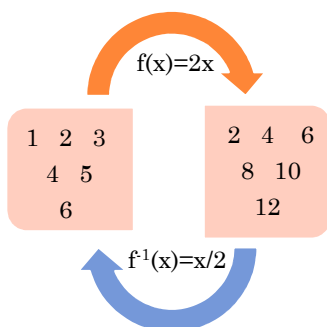
ELEVAKTIVITETEN INVERSA FUNKTIONER



- Som introduktion repeterades begreppen definitionsmängd, värdemängd och att man kan representera en funktion på olika sätt, t.ex. genom en graf eller en formel.
- Eleverna fick även gissa formeln för funktionen ni ser här bredvid.
- Därefter fick de utföra aktiviteten.
- Efter aktiviteten sammanfattades vad eleverna kommit fram till.

Jana Zimmerl Sureson (Älvkullsgymnasiet)
Mirreia Vinerean Bernhoff (Karlskroks universitet)

ELEVAKTIVITETEN INVERSA FUNKTIONER



- Eleverna fick ge något ex på en invers t.ex. vad är inversen till $y=10^x$?
- De fick även berätta vad de tycker en invers funktion är för något.
 - ”en funktion som gör motsatsen till den första funktionen”
- Sedan infördes beteckningen för en invers funktion f^{-1} och eleverna fick frågan om de sett denna beteckning förut? Har ni stött på inverser förut?
- Eleverna kunde ge sinus och arcusinus som exempel.

Jana Zimmerl Sureson (Älvkullsgymnasiet)
Mirreia Vinerean Bernhoff (Karlskroks universitet)

Elevaktivitet

Inversafunktioner

sidan 22 punkt 4

4. Undersök hur den *inversa* funktionen till $y = x^2$ ser ut. Nu uppstår det dock ett problem, vilket? (Tips: Använd definitionen av *funktion*)

Funktionen $y = x^2$ är inte inverterbar om vi inte begränsar definitionsmängden för funktionen. Om vi definierar funktionen endast för $x \geq 0$, så är den inverterbar. Försök bestämma formeln för den *inversa* funktionen.

Resultat: _____

Jana Zimmerl Sureson (Älvsjölyceum)
Miriam Vinneran Bernhoff (Karlskilda universitet)



Elevaktivitet

Inversafunktioner

sidan 22 punkt 4

4. Undersök hur den *inversa* funktionen till $y = x^2$ ser ut. Nu uppstår det dock ett problem, vilket? (Tips: Använd definitionen av *funktion*)

Exempel på elevsvar:

- Vi får två y -värden på ett x . Inte bra!
 $y = \sqrt[2]{x}$
- Den har flera y -värden. $y = \sqrt{x}$
- Ett x -värde ger två y -värden, vilket inte är tillåtet i en funktion.
 $y = x^{1/2}$
- Den *inversa* funktionen blir $y^2 = x$, och är en ogiltig funktion då ett x -värde endast får ge ett y -värde.

Funktionen $y = x^2$ är inte inverterbar om vi inte begränsar definitionsmängden för funktionen. Om vi definierar funktionen endast för $x \geq 0$, så är den inverterbar. Försök bestämma formeln för den *inversa* funktionen.

Resultat: _____

Jana Zimmerl Sureson (Älvsjölyceum)
Miriam Vinneran Bernhoff (Karlskilda universitet)



ELEVAKTIVITET SOM REPETITION

○ Att tänka på:

- Det är aha!-upplevelsen som är viktig. Eleven ska känna en tillfredställelse efter aktiviteten.
- Välj något begränsat exempel som knyter ihop påsen.
- Bra om man hinner sammanfatta på slutet av lektionen tillsammans så att alla får ett ”avslut”.
- Aktivitetsblad är levande dokument

Jana Zimmerl Sureson (Älvkullsgymnasiet)
Mirreia Vinerean Bernhoff (Karlskroks universitet)



LÄXA

- Kan användas inför en ny genomgång eller som extra befästning av kunskap.
- Eleven får en chans att i lugn och ro testa och fundera kring en matematiskt frågeställning.
- Bör återkopplas under en lektion.
 - Mycket tid att vinna om eleverna är förberedda inför lektionen.

Jana Zimmerl Sureson (Älvkullsgymnasiet)
Mirreia Vinerean Bernhoff (Karlskroks universitet)



LÄXA INFÖR RANDVINKELSATSEN

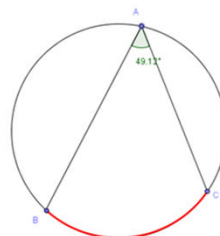
Randvinklar

I figuren ligger punkterna A, B och C på cirkelns rand. Vinkeln BAC kallas randvinkel.

- Undersök värdet på vinkel BAC när punkten A flyttas längs cirkelns rand.

Slutsats: _____

Försök förklara din slutsats: _____



Jana Zimmerl Sureson (Älvkullsgymnasiet)
Mirella Vinerean Bernhoff (Kortársads universitet)

Exempel elevsvar:

- Slutsats: värdet ändras inte så länge A inte ligger på rött.
Förklaring: vinkeln bildas av avståndet mellan B och C.
- Slutsats: vinkel BAC är konstant i det icke röda området.
Förklaring: vid förflyttning läggs det subtraherade från BA till på AC och vice versa.

LÄXA INFÖR RANDVINKELSATSEN

Klicka i rutan för medelpunktsvinkel. Punkten M kallas medelpunkt och vinkel BMC kallas medelpunktsvinkel.

- Flytta punkten B längs cirkelns rand. Studera randvinkeln BAC och medelpunktsvinkeln BMC. Vilket samband verkar det finnas?

Slutsats: _____

- Hur stor är randvinkeln BAC om medelpunktsvinkel BMC är 180° ?

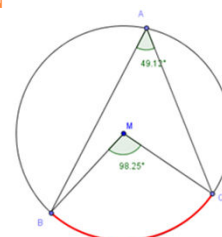
Svar: _____ Kontrollera ditt svar i figuren.

- Kan medelpunktsvinkeln vara över 180° ?

Slutsats: _____

Exempel elevsvar:

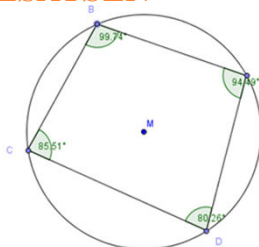
- BMC är alltid dubbelt så stor som BAC
- $M = 2BAC + 0,01$



Jana Zimmerl Sureson (Älvkullsgymnasiet)
Mirella Vinerean Bernhoff (Kortársads universitet)

LÄXA INFÖR RANDVINKELSATSEN

5. En fyrhörning är inskriven i en cirkel enligt figur. Flytta hörnen A, B, C och D så att fyrhörningen ändrar form. Försök hitta ett samband för vinklarna i fyrhörningen.



Slutsats: _____

Övriga iakttagelser: _____

Exempel elevsvar:

- Vinklarna är alltid 360° tillsammans
- A och C styrs av B och D och vice versa.
- Vinkel A och C $= 180^\circ$. Vinkel A och C $= 180^\circ$. 360° tillsammans

Jana Zimmerl Sureson (Älvkullsgymnasiet)
Mirreia Vinerean Bernhoff (Karlshöjds universitet)



LÄXA

○ Att tänka på:

- Frågeformuleringarna avgörande.
 - Eleven har kanske ingen att fråga.
- Aktiviteterna bör kännas överkomliga.
 - Eleverna ska inte "hoppa över läxan"
- Återkoppling viktigt!
- Aktivitetsblad är levande dokument

Jana Zimmerl Sureson (Älvkullsgymnasiet)
Mirreia Vinerean Bernhoff (Karlshöjds universitet)

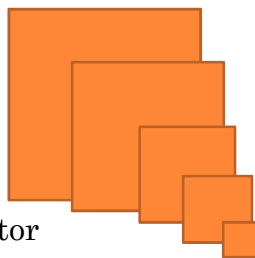


ISTÄLLET FÖR GRAFRITANDE MINIRÄKNARE

- För att rita grafer, lösa ekvationer, göra regressioner o.s.v.

Exempel

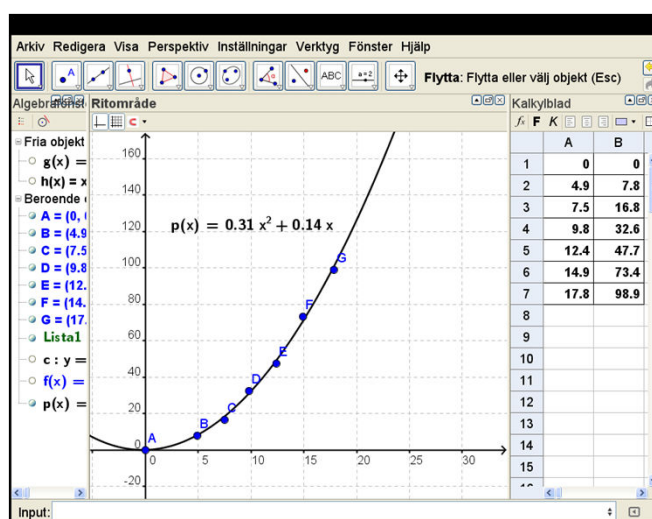
- Helklass laboration
- Kvadratiske plywood plattor
- Sidans längd och plattans vikt



Jaana Zimmerl Suneson (Åhskulle gymnasiet)
Mirreia Vinerean Bernhoff (Karlstads universitet)



ISTÄLLET FÖR GRAFRITANDE MINIRÄKNARE



Jaana Zimmerl Suneson
(Åhskulle gymnasiet) Mirreia Vinerean
Bernhoff (Karlstads universitet) 2012

